

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2024-2025

Prova scritta in aula del 21.03.2025

Parte II - Testo 1

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui solli fogli a quadretti che sono stati forniti.

Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

Esercizio n. 1 (17 punti)

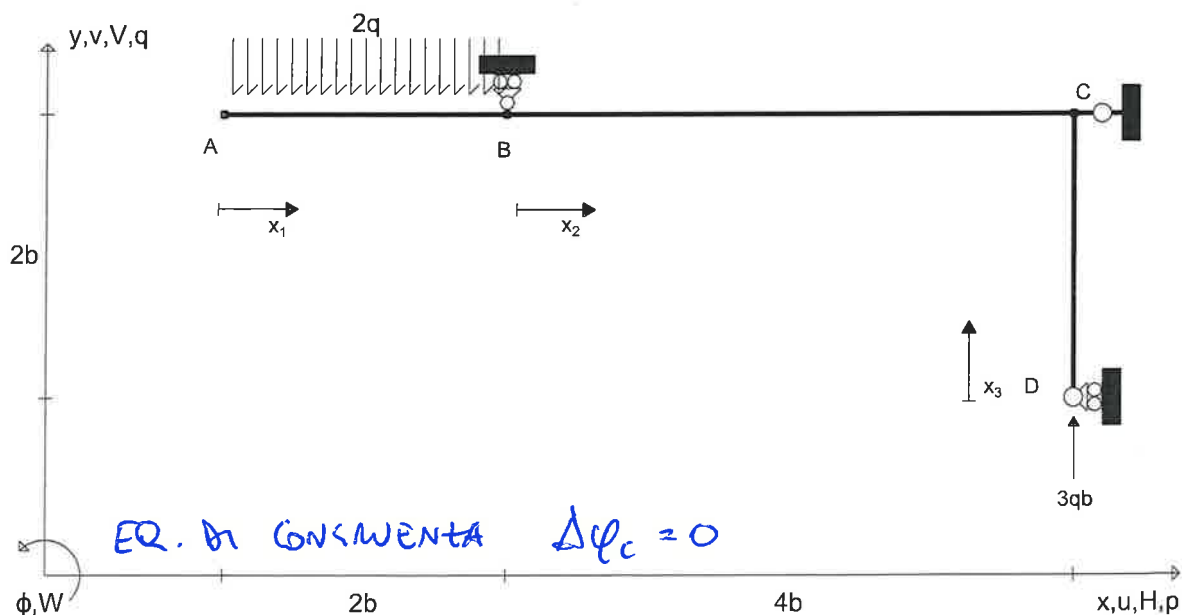
Risolvere mediante il Principio dei Lavori Virtuali (PLV) la struttura iperstatica riportata in Figura, assumendo, come incognita iperstatica, il momento flettente sull'appoggio di continuità C , M_C . Dopo avere determinato l'iperstatica *tenendo conto solo della deformabilità flessionale*, calcolare le reazioni vincolari, le azioni interne e tracciare nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.

Calcolare infine, riapplicando il PLV, la rotazione del punto D , ϕ_D .

Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 2 21.03.25*001



Esercizio n. 2 (7 punti)

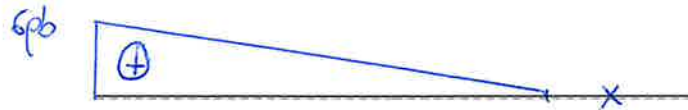
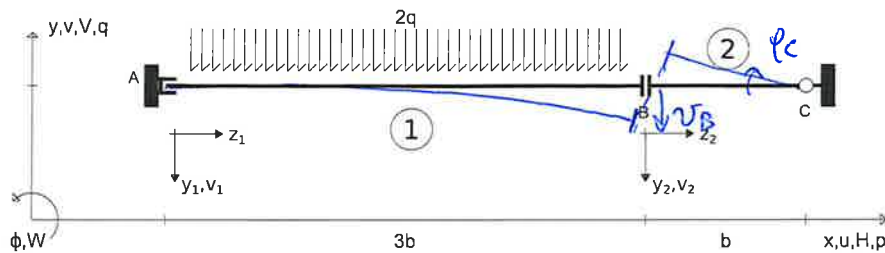
Per la struttura *isostatica*, indicata in Figura, determinare le reazioni vincolari e l'espressione delle azioni interne, nonché le condizioni al contorno imposte dai vincoli nei punti *A*, *B* e *C*.

Utilizzare quindi l'equazione della linea elastica per determinare:

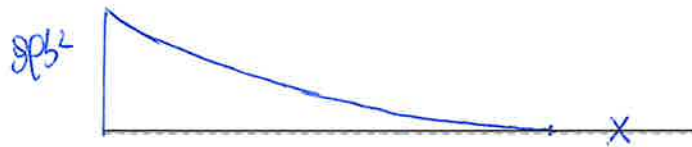
1. La deformata della linea d'asse, $v(z) = v_1(z_1) \cup v_2(z_2)$;
2. La sua derivata prima, $v'(z) = v_1'(z_1) \cup v_2'(z_2)$;
3. La rotazione del punto *C*, φ_C ;
4. Lo spostamento verticale del punto *B* del primo tratto, $v_B^{(1)}$.

Università di Cagliari

SdC_SdA_2 21.03.25*001



↑ ⊕ ↓



⊕ ⊖

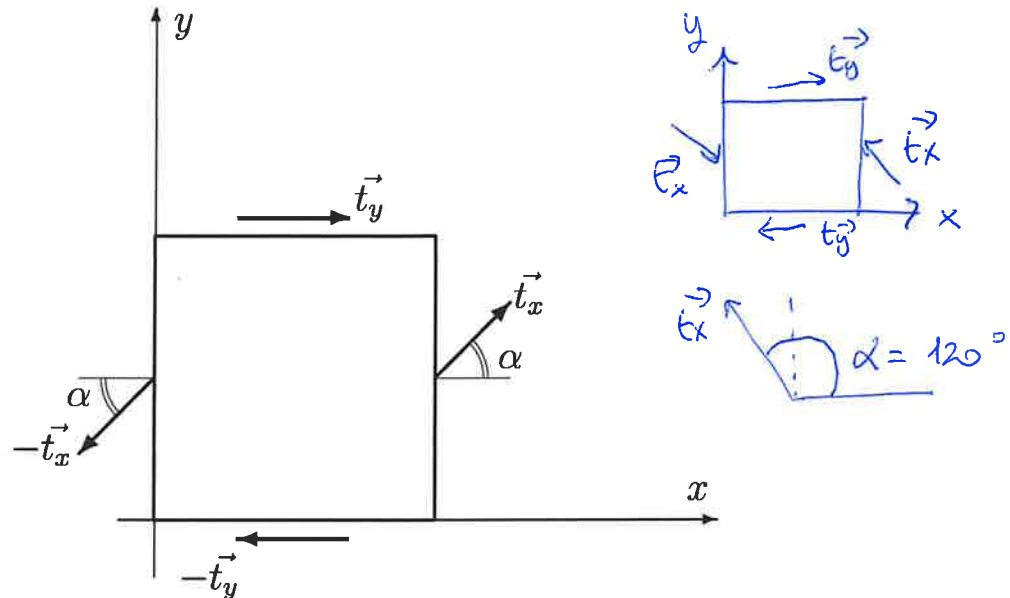
$$\begin{aligned}
 V_A (\uparrow) &= 6pb; & M_A (\mathcal{M}) &= 9pb^2; & H_C (\Rightarrow) &= 0; & V_C (\uparrow) &= 0; \\
 N_{AB} &= //; & T_{AB} &= 6pb - 2qz_1; & M_{AB} &= -3qb^2 + 6pbz_1 - qz_1^2; \\
 N_{BC} &= //; & T_{BC} &= //; & M_{BC} &= //; \\
 \text{c.c in A} &= v_1(z_1=0)=0; & v_1'(z_1=0) &= 0; & \text{c.c in B} &= v_1'(z_1=3b)=v_2'(z_2=0); \\
 & & \text{c.c in C} &= v_2(z_2=b)=0; \\
 v_1(z_1) &= \frac{1}{EI} \left(\frac{9}{2}pb^2z_1^2 - pbz_1^3 + \frac{1}{12}qz_1^4 \right); & v_1'(z_1) &= \frac{1}{EI} (9pb^2z_1 - 3pbz_1^2 + \frac{1}{3}qz_1^3); \\
 v_2(z_2) &= \frac{1}{EI} (9pb^3z_2 - 9pb^4); & v_2'(z_2) &= \frac{1}{EI} (9qb^3); \\
 v_B^{(1)} &= \frac{243 - 9b^4}{12EI}; & \varphi_C &= \frac{9pb^3}{EI} (\pi);
 \end{aligned}$$

Esercizio n. 3 (9 punti)

Un elemento di materiale *in condizioni di equilibrio* è soggetto lungo le facce aventi come normali gli assi x e y ai vettori sforzo (piani) \vec{t}_x e \vec{t}_y , rispettivamente; di questi \vec{t}_x è inclinato rispetto all'asse x di un angolo $\alpha = 120^\circ$ (sicché: $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$; $\cos \alpha = -\frac{1}{2}$) e ha modulo di valore $|\vec{t}_x| = 40$ MPa. L'altro vettore sforzo, \vec{t}_y , è invece *orizzontale* (ma di verso non specificato!), come indicato in Figura.

Si chiede di determinare le componenti σ_x , σ_y e τ_{xy} del tensore degli sforzi, costruire il cerchio di Mohr, determinare gli sforzi principali, σ_1 e σ_2 , e la massima tensione tangenziale, τ_{\max} .

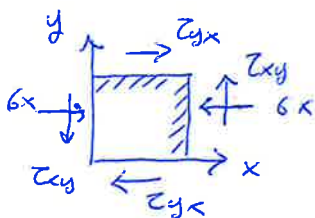
Determinare inoltre quanto vale l'angolo φ formato dall'asse x e dall'asse normale alla faccia sulla quale agisce lo sforzo principale massimo, σ_1 .



$$\sigma_x = -20,000 \text{ (MPa)}; \sigma_y = 0,000 \text{ (MPa)}; \tau_{xy} = 34,641 \text{ (MPa)};$$

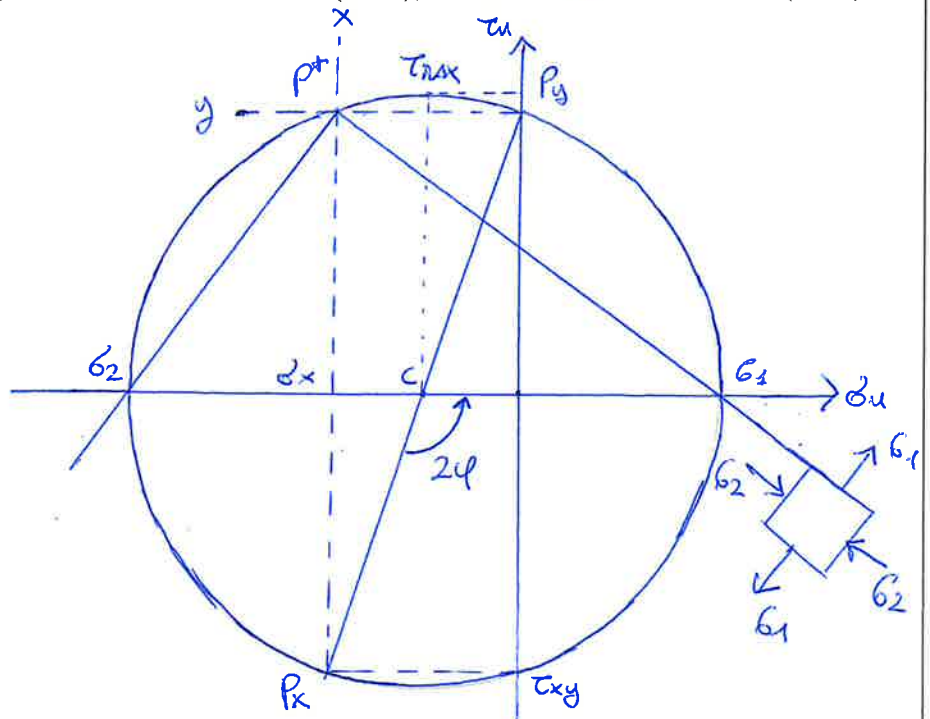
$$\sigma_1 = 26,055 \text{ (MPa)}; \sigma_2 = -46,055 \text{ (MPa)}; \tau_{\max} = 36,055 \text{ (MPa)};$$

cerchio di Mohr:

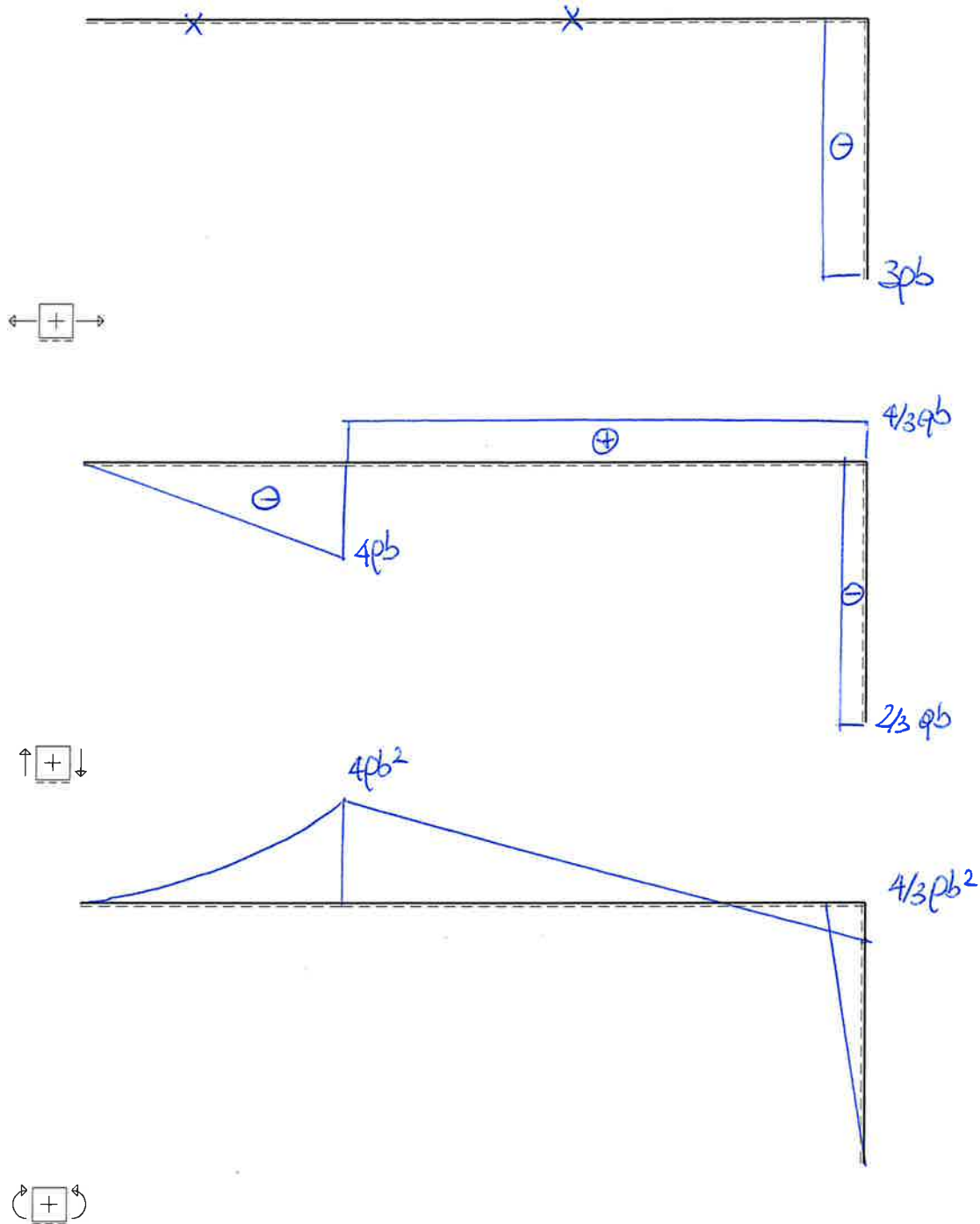


$$P_x = (-20,000; -34,641)$$

$$P_y = (0,000; +34,641)$$



$$\varphi = 53,05 \text{ (}^\circ\text{)};$$



$$\begin{aligned}
 V_B(\uparrow) &= \frac{16}{3} qb; & H_C(\Rightarrow) &= \frac{2}{3} qb; & V_C(\uparrow) &= -\frac{13}{3} qb; & H_D(\Rightarrow) &= \frac{2}{3} qb; & M_C(\curvearrowright) &= \frac{4}{3} qb^2; \\
 N_{AB} &= //; & T_{AB} &= -2qx_1; & M_{AB} &= -qx_1^2; \\
 N_{BC} &= //; & T_{BC} &= \frac{4}{3} qb; & M_{BC} &= -4qb^2 + \frac{4}{3} qb x_2; \\
 N_{DC} &= -3qb; & T_{DC} &= -\frac{2}{3} qb; & M_{DC} &= \frac{2}{3} qb x_3; \\
 \phi_D &= \frac{4qb^3}{9EI} \quad (5)
 \end{aligned}$$